

Examen partiel de L1, 2ème semestre
Cours de Mathématiques 2
Lundi 11 avril 2005
UNE FEUILLE A4 RECTO-VERSO MANUSCRITE AUTORISEE

Exercice 1

Soit la fonction de deux variables

$$f(x, y) = e^{(x^2+y^2-4)^2}.$$

1) Précisez le domaine de définition D_f de f . Montrez que f est continue sur son domaine.

2) Calculez les dérivées partielles d'ordre un et d'ordre deux de f . La fonction f est-elle de classe C^2 ?

3) Pour tout $c \in \mathbf{R}$ fixé, décrire la ligne de niveau $\{(x, y) \in D_f; f(x, y) = c\}$ (on discutera en fonction de la valeur de c). En déduire une représentation sommaire du graphe de f .

4) Déterminez, sans calcul, si la fonction f admet un maximum global, un minimum global ?

5) Déterminez les points critiques de f et leur nature.

6) Donnez tous les points du domaine de f au dessus desquels le plan tangent au graphe de f est horizontal.

7) Soit \mathcal{D} le domaine dans le plan décrit par

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1.$$

a) Donnez une représentation graphique de \mathcal{D} .

b) Montrez que le cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon 2 est inclus dans ce domaine.

c) La fonction f atteint-elle un maximum et un minimum sur \mathcal{D} ? En quels points ? Avec quelles valeurs ?

Exercice 2

On considère, dans le plan, la courbe paramétrée d'équation

$$\begin{cases} x(t) = t \cos t \\ y(t) = t \sin t \end{cases}$$

pour $t \in]0, +\infty[$. Déterminez, en tout point, un vecteur normal à cette courbe.

Question subsidiaire : A quoi ressemble cette courbe ?