

**Examen partiel de L1, 2ème semestre**  
**Cours de Mathématiques 2**  
**Lundi 11 avril 2005**  
**UNE FEUILLE A4 RECTO-VERSO MANUSCRITE AUTORISEE**

**Exercice 1**

Soit la fonction de deux variables

$$f(x, y) = e^{(x^2+y^2-4)^2}.$$

1) Précisez le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ . Montrez que  $f$  est continue sur son domaine.

2) Calculez les dérivées partielles d'ordre un et d'ordre deux de  $f$ . La fonction  $f$  est-elle de classe  $C^2$  ?

3) Pour tout  $c \in \mathbf{R}$  fixé, décrire la ligne de niveau  $\{(x, y) \in D_f; f(x, y) = c\}$  (on discutera en fonction de la valeur de  $c$ ). En déduire une représentation sommaire du graphe de  $f$ .

4) Déterminez, sans calcul, si la fonction  $f$  admet un maximum global, un minimum global ?

5) Déterminez les points critiques de  $f$  et leur nature.

6) Donnez tous les points du domaine de  $f$  au dessus desquels le plan tangent au graphe de  $f$  est horizontal.

7) Soit  $\mathcal{D}$  le domaine dans le plan décrit par

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1.$$

a) Donnez une représentation graphique de  $\mathcal{D}$ .

b) Montrez que le cercle de centre  $(0, 0)$  et de rayon 2 est inclus dans ce domaine.

c) La fonction  $f$  atteint-elle un maximum et un minimum sur  $\mathcal{D}$  ? En quels points ? Avec quelles valeurs ?

**Exercice 2**

On considère, dans le plan, la courbe paramétrée d'équation

$$\begin{cases} x(t) = t \cos t \\ y(t) = t \sin t \end{cases}$$

pour  $t \in ]0, +\infty[$ . Déterminez, en tout point, un vecteur normal à cette courbe.

Question subsidiaire : A quoi ressemble cette courbe ?