

Examen de Mathématiques 2

Le xxxx juin de xx heures à xxx heures

Exercice 2. On considère l'ellipse $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$, où $b > 0$ est une constante fixée. On désigne par D le domaine fermé par \mathcal{E} .

a) Calculer l'aire de D de deux façons différentes : en utilisant le théorème de Fubini et en utilisant le changement de variables $x = r \cos t$, $y = br \sin t$ (on admet que c'est un changement de variables).

b) Détermine les points d'intersection de \mathcal{E} avec la droite d'équation $y = \frac{b}{\sqrt{2}}$.

c) Calculer l'aire de la partie F de D située au dessus de la droite $y = \frac{b}{\sqrt{2}}$ [Indication : on pourra utiliser le fait que E se trouve entre deux graphes de fonctions.]

d) Calculer $\iint_D x^2 dx dy$.

Exercice 3. On considère la sphère unité $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ orientée avec la normale \vec{n} extérieure à la boule unité.

a) Déterminer \vec{n} en fonction du point $(x, y, z) \in S$.

b) Déterminer le flux, à travers S , du champ $\vec{V} = (x, y, 0)$, de deux façons différentes : à partir de la formule du flux et en utilisant le théorème flux-divergence.