

STAGE MAPLE

contrôle continu du mardi 19 octobre 2004.

durée 1h30

*Le cours photocopié est autorisé à l'exclusion de tout autre document.
N'oubliez pas de **sauvegarder régulièrement** votre travail.
La présence de commentaires et de justifications appropriés, l'utilisation des structures de données requises dans les énoncés, le respect des règles d'écriture des séquences d'instructions aussi bien que des procédures, la précision des tracés seront pris en compte dans l'évaluation.*

Exercice 1.

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2a & 0 \\ 1 & 0 & a \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le polynôme caractéristique P de A et en déduire que pour $a \neq a_0$, où a_0 est un nombre que l'on calculera, la matrice A possède trois valeurs propres distinctes.
2. Expliciter la matrice C obtenue en donnant au paramètre a la valeur a_0 dans A . Donner une base du sous-espace propre associé à l'unique valeur propre de C .
3. Pour quelles valeurs de a , A est-elle diagonalisable? Justifier avec soin votre réponse.
4. Déterminer le plus petit entier n tel que $C^{n+1} = 0$.
5. Vérifier que la matrice $E = Id + C + \frac{C^2}{2}$ est inversible (où Id est la matrice identité).

Exercice 2.

On considère l'équation différentielle

$$xy' + y = x + 1$$

1. Résoudre cette équation dans l'intervalle $]0, +\infty[$.
2. Déterminer la solution (C) passant par le point A de coordonnées $(1, 2)$ puis représenter graphiquement cette solution.
3. Chercher l'abscisse de (C) où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 3.

1. Ecrire une *procédure* `AddPairImpair` qui à partir d'une liste L d'entiers calcule la séquence constituée de la somme des termes de rangs pairs de L et la somme des termes de rangs impairs de L .
2. Exécuter votre procédure en prenant pour L la liste des 25 premiers entiers premiers.