

STAGE MAPLE

contrôle continu du jeudi 10 mars 2005.

durée 1h30

Les parties cours et appendice du polycopié sont autorisées à l'exclusion de tout autre document.

N'oubliez pas de sauvegarder régulièrement votre travail.

La présence de commentaires et de justifications appropriés, l'utilisation des structures de données requises dans les énoncés, le respect des règles d'écriture des séquences d'instructions aussi bien que des procédures, la précision des tracés seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Pour tout entier naturel n on pose :

$$u_n = \frac{\sqrt{8} (4n)!(1103 + 26390n)}{9801 (n!)^{4396^{4n}}}.$$

(factorielle n se note $n!$).

1. Que vaut u_0 ? Construire la séquence S des valeurs de u_n pour $0 \leq n \leq 10$ et calculer la somme s des éléments de S .
2. Calculer $1/s$; ce nombre constitue-t-il une bonne approximation de π ? (on pourra tester sur 100 décimales)

Exercice 2

On considère la courbe \mathcal{C} d'équation :

$$\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}.$$

1. Tracer la courbe.
2. Qu'est-ce que l'enveloppe de la famille \mathcal{T} des tangentes à \mathcal{C} ? (réponse sans Maple)
3. Trouver l'équation de la famille \mathcal{N} des normales à cette courbe.

Rappel : pour une courbe d'équation paramétrique $(x(t), y(t))$, l'équation de la normale au point $(x(t_0), y(t_0))$ est :

$$x'(t_0)(X - x(t_0)) + y'(t_0)(Y - y(t_0)) = 0.$$

4. Déterminer les équations paramétriques de l'enveloppe \mathcal{D} de la famille \mathcal{N} .
5. Tracer sur un même dessin les courbes \mathcal{C} et \mathcal{D} .

Exercice 3

1. Ecrire une procédure **SP** qui à un *entier positif* N associe la somme de son premier chiffre (en partant de la gauche), du carré du deuxième, du cube du troisième, *etc* : si $N = c_n c_{n-1} \dots c_1$ (avec $0 \leq c_i \leq 9$) on a $\mathbf{SP}(N) = c_1^n + c_2^{n-1} + \dots + c_n^1$.
(utiliser `convert(N,base,10)` pour obtenir la liste $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ des chiffres de N).
2. Tester la procédure sur 123 et sur 598.
3. Trouver et mettre dans une liste tous les entiers N d'au plus 4 chiffres qui vérifient $N = \mathbf{SP}(N)$.