

STAGE MAPLE

contrôle continu du vendredi 11 mars 2005.

durée 1h30

*Les parties cours et appendice du polycopié sont autorisées à l'exclusion de tout autre document. N'oubliez pas de **sauvegarder régulièrement** votre travail.*

La présence de commentaires et de justifications appropriés, l'utilisation des structures de données requises dans les énoncés, le respect des règles d'écriture des séquences d'instructions aussi bien que des procédures, la précision des tracés seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

On considère la fraction rationnelle

$$R = \frac{52X^{13} + 104X^{12} - 52X^{10} + 260X^9 + 883X^8 + 884X^7 - 104X^6 - 1040X^5 - 650X^4 + 572X^3 + 1300X^2 + 936X + 311}{X^{14} + 5X^{13} + 10X^{12} + 7X^{11} - 10X^{10} - 29X^9 - 27X^8 + 27X^6 + 29X^5 + 10X^4 - 7X^3 - 10X^2 - 5X - 1}$$

1. Décomposer R en éléments simples sur \mathbb{R} et \mathbb{C} .
2. Calculer une primitive de R .
3. Vérifier le résultat par dérivation.

Exercice 2 (*oscillateur harmonique amorti*)

On considère l'équation différentielle

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -x(t) - \frac{1}{4}x'(t).$$

1. Calculer la solution générale de l'équation.
2. Calculer la solution particulière x de l'équation vérifiant les conditions initiales $x(0) = 3/4$ et $x'(0) = 1$.
3. Tracer sur un même dessin les graphes des fonctions x et x' .
4. Tracer l'orbite de la solution x dans le plan des phases.
5. Ecrire le système différentiel correspondant.
6. Représenter, dans le rectangle $(x, y) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$, le champ de vecteurs correspondant (en noir) et les courbes intégrales de conditions initiales $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ (en rouge) et $\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ (en bleu).

Exercice 3

1. Ecrire une procédure `NbOccurrence` qui, étant donné une *liste d'entiers* L et un *entier* a renvoie une *séquence d'expressions* dont le premier élément est le nombre de fois où a figure dans la liste L et le second élément la liste des positions des occurrences de a dans L .
Exemples : Pour $L = [1, 4, 2, 1, 5, 3, 2, 1, 7]$ et $x = 1$ la procédure devra renvoyer $3, [1, 4, 8]$ tandis que pour $x = 0$ on devra obtenir $0, []$.
Rem : on pourra commencer par donner une liste donnant chaque position de a .

2. Tester la procédure sur la liste des restes de la division par 5 des 25 premiers entiers premiers (*utiliser irem*) avec $a = 1$.