

L1, Math.I, 2004-2005
Partiel du Lundi 4 Avril, de 16 à 17h.30

Trois exercices sur une feuille recto
Documents et téléphones interdits

A. On pose, pour $x > 0$, $f(x) = x.(\text{Ln}(x))^2$ et $g(x) = (\text{Ln}(x))^2$. Dans les trois cas suivant, déterminer si $f(x)$ est infiniment grand par rapport à $g(x)$, si $f(x)$ est infiniment petit par rapport à $g(x)$, ou bien si $f(x)$ et $g(x)$ sont équivalents : (i) quand x tend vers 0^+ ; (ii) quand x tend vers 1 ; (iii) quand x tend vers $+\infty$.

B1. Quel est le développement limité à l'ordre trois de $f(x) = 1/(1-x)$ quand x tend vers 0 ?

B2. Quel est le développement limité à l'ordre trois de $g(x) = 1 + x.e^x$ quand x tend vers 0 ?

B3. Quelle est la limite, quand x tend vers 0 , de $(f(x)-g(x))/x^3$?

B4. Quelle est la limite, quand x tend vers 0 , de $(f(x)-g(x))/x.(1-\cos(x))$?

B5. Quelle est la limite, quand x tend vers 0 , de $(f(x)-g(x))/(x-\sin(x))$?

C1. On considère deux nombres réels a et b , distincts ou confondus ; on pose $s = a+b$, $p = a.b$. Comment s'écrit le polynôme $(x-a).(x-b)$?

C2. On considère maintenant deux nombres réels s et p . A quelle condition le polynôme $x^2 - s.x + p$ a-t-il deux zéros réels distincts ? A quelle condition a-t-il un seul zéro réel ?

C3. On considère l'application F de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ qui au couple (x,y) associe le couple $F(x,y) = (x+y,x.y)$. F est-elle surjective ?

C4. F est-elle injective ?

C5. F a-t-elle une application inverse ?

C6. On note D la droite d'équation $x = y$, et P la parabole d'équation $x^2 = 4.y$. Déterminer les ensembles $F(D)$ et $F^{-1}(P)$.

