

Université Claude Bernard Lyon 1
Licence “Sciences et technologie”
Unité d’enseignement “Techniques mathématiques de base (groupe 1)”

Examen partiel

jeudi 1er décembre 2005 - Durée : 1 heure et 30 minutes

Les exercices ci-dessous sont indépendants et peuvent être traités dans l’ordre de votre choix. L’utilisation de documents de toute nature et de calculatrices n’est pas autorisée. Le sujet est imprimé sur une seule page.

Exercice 1

Résoudre l’équation suivante, d’inconnue complexe z :

$$z^2 - (6 + i)z + 11 - 7i = 0.$$

On pourra utiliser l’une ou l’autre des informations suivantes : $(41)^2 = 1681$; $(42)^2 = 1764$; $(43)^2 = 1849$; $(44)^2 = 1936$; $(45)^2 = 2025$; $(46)^2 = 2116$; $(47)^2 = 2209$; $(48)^2 = 2304$; $(49)^2 = 2401$.

Exercice 2

Résoudre dans \mathbf{R} l’équation suivante, d’inconnue θ :

$$\operatorname{Arccos} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta \right) = \frac{\pi}{4}.$$

Exercice 3

Montrer que pour tout réel x :

$$2 \operatorname{Arctan}(e^x) - \operatorname{Arctan}(\operatorname{sh} x) = \frac{\pi}{2}.$$

Exercice 4

Soit f l’application de \mathbf{R}^3 vers \mathbf{R}^3 définie pour tout (x, y, z) de \mathbf{R}^3 par :

$$f(x, y, z) = (x + y + z, 3x + y + z, y + z).$$

- 1) Montrer que f est un endomorphisme de \mathbf{R}^3 , et écrire la matrice de f dans la base canonique de \mathbf{R}^3 .
- 2) Déterminer une base du noyau de f . L’application f est-elle injective ? Quelle est la dimension de l’image de f ?
- 3) Déterminer une équation cartésienne de l’image de f .
- 4) Montrer que $\operatorname{Ker} f \oplus \operatorname{Im} f = \mathbf{R}^3$.