

Université Claude Bernard

Examen Partiel de Techniques Mathématiques de Base

Licence 1ère année, Groupe 2

Jeudi 10 novembre 2005. Durée de l'épreuve : 1h30

L'usage de documents écrits ou de calculatrices est interdit. On attachera de l'importance à la clarté de la rédaction; en particulier toute réponse sera justifiée.

EXERCICE 1 :

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

1. Donner le module et un argument de z_1 et de z_2 .
2. Ecrire le produit $z_1 z_2$ sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
3. En déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et de $\sin(\frac{\pi}{12})$.

EXERCICE 2 :

Résoudre l'équation complexe : $z^2 - 3z + 3 + i = 0$.

EXERCICE 3 :

Calculer :

- (a) $\arcsin(\sin(-\pi/3))$, (b) $\arccos(\cos(-\pi/3))$, (c) $\tan(\arctan(2))$.

EXERCICE 4 :

1. (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\operatorname{ch}(x) = 2$.
(b) A l'aide du graphe de la fonction ch donner le signe de $\operatorname{ch}(x) - 2$ suivant les valeurs de x .
2. On pose $f(x) = \frac{2\operatorname{ch}(x) - 1}{\operatorname{sh}(x)}$.
(a) Donner le domaine de définition de la fonction f et étudier les limites de f aux bords du domaine.
(b) Calculer la dérivée f' et étudier son signe (on pourra utiliser la question 1.b).
(c) Calculer $f(\ln(2 + \sqrt{3}))$.
3. Récapituler les résultats de la question 2 dans le tableau de variations de f et donner l'allure du graphe de f .