

Examen du 3 juin 2004

La qualité de la rédaction sera un élément déterminant pour la notation. Les affirmations et calculs devront être justifiées de manière concise et précise. Toute calculatrice autorisée.

Questions de cours :

- Définition d'une probabilité sur un ensemble dénombrable  $\Omega$ .
- Définition d'une variable aléatoire.
- Énoncé et démonstration de l'inégalité de Tchebycheff.
- Définition de la moyenne empirique d'un échantillon. Calcul de sa moyenne et de sa variance.

exercice 1 : Version très simplifiée du 421.

On lance trois dés (toujours simultanément).

- On lance trois dés une fois. Proposer, en vous justifiant, un espace et une probabilité pour modéliser cette expérience. Quelle est la probabilité de faire 421 (c'est-à-dire un 4, un 2 et un 1) ?
- On lance les trois dés simultanément jusqu'à ce qu'on obtienne 421. Quelle est la loi du nombre  $N_1$  de lancers effectués ?
- On lance les trois dés jusqu'à ce qu'on obtienne 421 pour la deuxième fois. Quelle est la loi du nombre  $N_2$  de lancers effectués ?

exercice 2 : Un contrôleur des TCL passe chaque jour dans les bus pour contrôler le titre de transport des passagers. À chaque voyageur contrôlé, la probabilité de dresser un procès verbal est de 10%.

- Dans le premier bus, le contrôleur se fixe pour objectif de dresser au moins 2 contraventions et de contrôler au moins 5 passagers en règle. Quelle est la probabilité que ce résultat ne soit pas encore atteint au vingtième passager contrôlé ?
- Dans la matinée du 3 juin, il contrôle 100 personnes. Notons  $X$  la v.a. égale au nombre de contraventions établies. Quelle est la loi de  $X$  ? Donner l'expression de  $P(X = k)$  pour toutes les valeurs possibles de  $k$ , ainsi qu'une approximation (justifier).
- En déduire une valeur approchée de  $P(5 \leq X \leq 20)$ .

exercice 3 : Absence de mémoire.

- Montrer que la loi géométrique a la propriété d'absence de mémoire, c'est-à-dire, si  $X$  est de loi  $\mathcal{G}(p)$ , pour tous entiers  $k \geq 0$  et  $n \geq 1$ ,

$$P[X \geq n + k | X \geq k] = P[X \geq n]$$

- Montrer la même propriété pour la loi exponentielle.

**Barème (provisoire) :**

cours : 0,5+0,5+2+2

ex 1 : 2+1+4

ex 2 : 2+2+2

ex 3 : 1+2