

Examen du 28 juin 2004 (deuxième session)

La qualité de la rédaction sera un élément déterminant pour la notation. Les affirmations et calculs devront être justifiés de manière concise et précise. Toutes calculatrices autorisées.

Questions de cours :

- a) Définition d'une probabilité sur un ensemble dénombrable Ω .
- b) Définition d'une variable aléatoire.
- c) Énoncé de l'inégalité de Tchebycheff.
- d) Densité de la loi normale de moyenne m et de variance σ^2 .

Exercice 1 : On lance deux dés.

- a) On lance deux dés une fois. Proposer, en vous justifiant, un espace et une probabilité pour modéliser cette expérience. Quelle est la probabilité de faire un double six ?
- b) On lance les deux dés simultanément jusqu'à ce qu'on obtienne un double 6. Quelle est la loi du nombre N_1 de lancers effectués ?
- c) On continue à lancer les deux dés jusqu'à ce qu'on obtienne à nouveau un double six. Quelle est la loi du nombre total N_2 de lancers effectués ? (il s'agit de la loi du deuxième succès dans un schéma de Bernoulli)
- d) On s'intéresse maintenant à la somme Z des résultats des deux dés (on pourra représenter dans un tableau à double entrée la valeur de Z en fonction des résultats des deux dés). Donner la loi de Z . Quelle est la probabilité pour que Z soit inférieure ou égale à 4 ?
- e) On lance les deux dés 100 fois et on compte le nombre de fois X où la somme des dés est inférieure ou égale à 4. Quelle est la loi de X ? Par quelle loi peut-on l'approcher ? Calculer $P[40 \leq X \leq 65]$.

Exercice 2 : Soit X une v.a. de loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$. Montrer que son espérance vaut $1/\lambda$ et sa variance $1/\lambda^2$.

rappel : la densité de X est $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ pour tout $x \geq 0$.

Barème (provisoire) :

cours : 1+0.5+1+0.5

ex 1 : 2+2+4+2+3

ex 2 : 2+3