

Université Claude Bernard Lyon I
Licence “Sciences et technologie”
Unité d’enseignement “Techniques mathématiques de base”
(Semestre 1, groupe 1)

Examen terminal (deuxième session)

mercredi 28 janvier 2004 - Durée : 1 heure et 30 minutes

Les exercices ci-dessous sont indépendants et peuvent être traités dans l’ordre de votre choix. L’utilisation de documents de toute nature et de calculatrices n’est pas autorisée. Le sujet est imprimé sur une seule page.

Exercice 1

Dans \mathbf{R}^4 , on considère les cinq vecteurs suivants :

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, -1, 0, 0) & e_2 &= (1, 2, 3, 7) & e_3 &= (-1, 0, 3, 2) \\ e_4 &= (-1, -1, -1, 3) & e_5 &= (0, 2, 3, 0). \end{aligned}$$

La famille $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)$ est-elle libre ?

Exercice 2

Montrer qu’il existe une et une seule application linéaire f de \mathbf{R}^2 vers \mathbf{R} telle que :

$$f(1, 2) = 2 \text{ et } f(-2, 1) = 5.$$

Déterminer une base de son noyau et une base de son image.

Exercice 3

Résoudre dans \mathbf{C} l’équation suivante, d’inconnue z :

$$z^2 - (3 + 4i)z + 7 + 9i = 0.$$

Exercice 4

Calculer sur un intervalle où cette expression a un sens :

$$\int \frac{x^2 - 2x - 19}{x^3 - x^2 + 9x - 9} dx.$$

Exercice 5

On note :

$$f(x) = \text{Arcsin} \left(\frac{4x}{4 + x^2} \right).$$

- 1) Déterminer l’ensemble de définition de f .
- 2) Calculer, aux points x où cela est possible, une expression simple de la dérivée $f'(x)$.