

Examen partiel de Techniques Mathématiques de Base

Licence 1^{ère} année. Groupe 2

Jeudi 20 novembre 2003. Durée de l'épreuve : 1H 30

L'usage de documents écrits ou de calculatrices est interdit. On attachera de l'importance à la clarté de la rédaction ; en particulier toute réponse sera justifiée.

EXERCICE 1

- 1) Calculer le module et l'argument du nombre complexe $z = \frac{i}{6} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$.
- 2) Déterminer les racines cubiques de z .

EXERCICE 2

Soient a et b deux nombres réels. On pose :

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x + e^x) + a & \text{si } x \geq 0 \\ \text{Arc tan}(bx) & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- 1) Déterminer a et b pour que f soit continue en 0 .
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$.
- 3) Donner une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que f soit dérivable en 0 .

EXERCICE 3

Etudier la fonction :

$$f(x) = \text{th}(x) + \frac{1}{\text{ch}(x)} - 2$$

et dessiner son graphe en suivant les étapes ci-dessous :

- 1) Trouver le domaine de définition de f .
 - 2) Calculer les limites de $f(x)$ quand x tend vers les bornes du domaine de définition de f .
 - 3) Rechercher les zéros de f .
 - 4) Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .
 - 5) Calculer la valeur minimale et/ou maximale atteinte par f .
-